



**زیربرنامه:**

SA\_Main3D

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **توسعه دهندگان** | مرتضی نامور |  |
| **تهیه کنندگان مستند** | مرتضی نامور | |
| **تاییدکنندگان** |  | |
| **تاریخ تنظیم سند** |  | |
| **شناسه سند** | **MC2F035F1** | |
| **زبان برنامه‌نویسی** | **Fortran 90** | |

# وظایف

در این زیربرنامه مقدار لزجت توربولانسی با استفاده از مدل آشفتگی SA محاسبه می گردد. لازم است توجه شود که این مدل برای جریان تراکم پذیر تغییر داده شده است. همچنین جریان بصورت کاملا آشفته حل می شود بنابراین امکان تعیین نقطه گذار توسط کاربر وجود ندارد.

# توضیحات و تئوری­ها

مدل آشفتگی SA يك مدل يك معادله‌اي توربولانسی مي‌باشد كه توسطSpalart&Allmaras براي جريان هاي آيروديناميكي ارائه گردید. اين مدل بطور اساسي يك معادله جابجايي براي لزجت گردابه‌اي[[1]](#footnote-1) می باشد]1[. اولين نمونه از كد كامپيوتري SA در سال 1994 با روش حجم محدود اجرا شد. يك صفحه تخت و ايرفويل NACA0012 در زاويه حمله بالا و يك ايرفويل دو المانه مورد بررسي قرارگرفت که نتايج زير از حل جريان در اطراف اجسام ذكر شده بدست آمد ]2[.

1- مدل SA بهبود قابل ملاحظه‌اي در تحليل سيستم‌هاي با برآي[[2]](#footnote-2) بالا ايجاد كرد. با اين مدل مي‌توان نتايج نزديكتري به نتايج آزمايشگاهي در محاسبه نيروي برا، دنباله و توزيع فشار بدست آورد.

2- بطور كمي تخمين‌هاي خوبي از مشخصه‌هاي واماندگي در زواياي حمله بالا مي‌توان بدست آورد.

3- هنگامي كه مقدار y+ داخلي‌ترين گره از يك كوچكتر است، مدل SAپروفيل سرعت لايه مرزي توربولانسي دقيقي ارائه مي‌دهد.

4- براي رسيدن به سرعت همگرايي بالا مدل SA نياز به شبكه ريزتري دارد.

همچنین مؤسسه [[3]](#footnote-3)UTIAS تحقیقاتی جهت استفاده از مدل SA انجام داد. این موسسه دلایل زیر را جهت استفاده از مدل SA بيان كرد:

1- مدل جبري Baldwin-Lomax را به عنوان مرجع قرارداد و همچنين مدل SA را پياده كرد. سپس نشان داد كه مدل SA هزينه محاسباتي زيادي ندارد، سرعت همگرايي كاهش نمي‌يابد و براي ناحيه تداخل شوك و لايه مرزي جواب‌ها دقت بيشتري دارند. همچنين براي جريان هاي با جدايش نسبتاً كم جواب‌ها دقيق‌تر است.

2- در بررسي اجسام آيروديناميكي با نيروي برآي بالا، آنها مدل SST را نيز مورد بررسي قرار دادند و دريافتند كه مدل دو معادله‌اي جواب‌هاي دقيق‌تري نسبت به مدل SA براي جريان هاي جدا شده دارد. اما مدل SA در حالت كلي براي جريان هاي آيروديناميكي كارآيي بهتري دارد.

جمع بندی کلی این موسسه اين بود كه مدل دو معادله‌اي برتري چشمگيري نسبت به مدل SA ندارد ]3[ در ادامه چگونگی بدست آوردن هر کدام از بخش های این معادله آورده می شود.

## بررسی بخش های مختلف مدل SA

جهت پيدا كردن دستگاهي از معادلات حاكم بر حركت‌هاي متوسط‌گيري شده جريان، ابتدا بايد توزيع تنش‌هاي رينولدز مشخص شود. بخش هاي مختلف در معادلات مربوط به تنش‌هاي رينولدز را مي‌توان به ترتيب زير دسته بندي كرد ]3[.

- بخش جابجايي[[4]](#footnote-4)

- بخش پخش‌شوندگي[[5]](#footnote-5)

- بخش چشمه[[6]](#footnote-6)

- بخش استهلاكي[[7]](#footnote-7)

مدل SA يك حدس ساده برای بخش هاي بالا دارد كه بر پايه فيزيك توربولانس استوار است. متغير وابسته در این مدل، لزجت توربولانسي مي‌باشد كه با تنش‌هاي رينولدز مرتبط مي‌شود.

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

ايجاد يك مدل كامل براي جريان مغشوش نيازمند اينست كه تمامي بخش هاي پخش‌شوندگي، چشمه و استهلاكي به دقت تعريف شوند. هنگام تعريف اين بخش ها و بي‌بعدكردن آنها بعضي ثابت‌ها و توابع بي‌بعد در هر بخش بوجود مي‌آيد. اين ثابت‌ها و توابع براساس نتايج آزمايشگاهي و عددي تعيين مي‌شوند.

### بخش جابجایی

بطوركلي هر كميت غير برداري كه قابليت جابجايي دارد، شبیه لزجت گردابه‌اي، بر طبق رابطه زير جابجا مي‌شود كه معادله پايه براي مدل‌ SA مي‌باشد:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

در رابطه بالاF متغیر مدل توربولانسی  می باشد که SA با استفاده از این متغیر بخش های مختلف این مدل را فرمول بندی کردند ولی در انتها متغیر جدیدی را به عنوان متغیر مدل SA معرفی نمودند که در ادامه به آنها پرداخته می شود.

## بخش پخش‌شوندگي

مدل آشفتگی SA عملگر زیر را برای بخش پخش شوندگی ارائه دادند:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

 همان لزجت توربولانسي و  عددی ثابت مي‌باشد. توسعه دهندگان SA هيچ دليلي براي كنسرواتيو بودن انتگرال  پیدا نکردند. بنابراين ‌آنها يك رابطه غيركنسرواتيو براي بخش پخش‌شوندگي ارائه دادند كه شامل مشتق اول  بود يعني:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

## بخش چشمه

چون SA قصد داشتند كه بيشتر بر روي جريان هاي آيروديناميكي كار كنند بنابراين آنها اينگونه توجيه كردند كه در جايي كه ورتيسيته وجود دارد، جريان نيز مغشوش است بنابراين ‌آنها از ورتيسيته جهت مدل کردن بخش چشمه استفاده كردند. ورتیسیته نیز توسط روابط زیر و با استفاده از مقادیر جریان اصلی بدست می آید:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

باید توجه کرد که می توان از ورتیسیته متوسط استفاده کرد که نحوه فرمول بندی این ورتیسیته متوسط، پایه بیشتر اصلاحاتی است که روی این مدل توربولانسی انجام می شود.

## بخش استهلاكي

توسعه دهندگان SAتوجيه كردند كه در لايه مرزي، اثر سدكنندگي ديواره بعد از يك «طول مشخص» توسط بخش فشار احساس مي‌شود، كه مهمترين وسيله براي مستهلك‌كردن تنش‌هاي برشي رينولدز مي‌باشد. بنابراين با توجه به اين موضوع و آناليز ابعادي، شکل اولیه بخش استهلاكي معادل  بوده كه d فاصله از ديوار مي‌باشد و  يك مقدار ثابت است.

آزمايش ها نشان مي‌دهند هنگامي كه اين مدل با بخش استهلاكي همراه باشد يك لايه لگاريتمي خيلي دقيق بدست مي‌آيد. از طرف ديگر ضريب اصطكاك پوسته‌اي در لايه مرزي يك صفحه تخت مقدار بسیار كوچكي مي‌شود. اين مشاهدات نشان ‌دادند كه بخش استهلاكي مدل شده، به كندي در ناحيه بيرون لايه مرزي مستهلك مي‌شود. براي غلبه بر اين مشكل SA بخش استهلاكي را در يك تابع ضرب كردند. مقدار اين تابع در لايه لگاريتمي[[8]](#footnote-8) برابر يك مي‌باشد. بنابراين بخش استهلاكي به صورت زير مدل شد:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

بنابراین SAتابع بي‌بعد fw را براساس مدل‌هاي جبري كه در آنها طول اختلاط نقش اساسي در نزديك ديوار ايفا مي‌كند، تعريف كردند. مقياس طول بوسيله  تعريف شد و از  براي بي‌بعد ساختن استفاده شد:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

در روابط بالا k ثابت ون-کارمن است که مقدار آن برابر 0.41 می باشد. قابل توجه است كه هردوي r و fw در لايه لگاريتمي برابر با يك مي‌باشد. اما در لايه بیروني اين مقدار كاهش مي‌يابد. در انتها رابطه مربوط به fw به صورت زير درآمد:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

برای جلوگیری از افزایش بیش از حد پارامتر r محدویتی برای این پارامتر در نظر گرفته می شود. که در اینجا اگر مقدار r بزرگتر از 10 شود، آن را برابر 10 در نظر می گیریم.

همانطور که قبلا اشاره شد، SA متغیر را بجای  به عنوان متغیر مدل توربولانسی معرفی کردند.  نیز با استفاده از روابط زیر بدست می آید:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

در روابط بالا  لزجت سینماتیکی و عدد ثابت می باشد که مقدار آن برابر 7.1 است. یکی از اصلاحاتی که بر روی این مدل توربولانسی انجام می شود مربوط به اصلاح بخش چشمه می باشد برای مثال یکی از این اصلاحات که در تحقیق حاضر نیز از آن استفاده شده است، استفاده از ورتیسیته متوسط است که به صورت زیر محاسبه می شود ]4[.

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

بنابراین معادله مدل SA به صورت زیر بیان می گردد. توجه شود که در این رابطه توابع مربوط به اعمال نقطه گذار آورده نشده است.

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

مدل اولیه SA برای جریان های تراکم ناپذیر بوده است ولی اصلاحاتی برای استفاده در جریان های تراکم پذیر انجام گرفته است که می توان به مراجع ]6[ اشاره کرد. در این گزارش از روش ارائه شد در ]7[ استفاده شده است. بنابراین معادله مدل آشفتگی SA برای جریان های تراکم پذیر بصورت زیر نوشته می شود:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

که توابع و ثابت های این مدل بصورت زیر تعریف می شوند:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

## بی بعد سازی معادلات مدل توربولانسی SA

پارامتر های استفاده شده جهت بی بعد سازی معادلات همانند پارامترهای استفاده شده برای بی بعد سازی معادلات اصلی می باشد.

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

در اینجا برای سادگی ابتدا هر کدام از بخش های مختلف معادلات بطور جداگانه بی بعد می شوند:

### بی بعد سازی بخش زمانی

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

### بی بعد سازی بخش جابجایی

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

### بی بعد سازی بخش چشمه

با استفاده از روابط مربوط به و می توان بخش چشمه را بصورت زیر نوشت:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

### بی بعد سازی بخش پخش شوندگی

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

### بی بعد سازی بخش استهلاکی

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

### بی بعدسازی توابع

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

بنابراین معادله بی بعد مدل SA بصورت زیر در می آید:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

با ضرب طرفین معادلات بالا در خواهیم داشت:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

در نتیجه خواهیم داشت:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

با بکارگیری معادلات مربوط به ضرایب بی بعد عدد ماخ و عدد رینولدز که در زیر آمده است، می توان ضرایب بوجود آمده در بخش های مختلف معادله مدل SA را به اعداد بی بعد اشاره شده تبدیل نمود:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

بنابراین شکل بی بعد نهایی معادله مدل SA بصورت زیر خواهد بود:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

توجه شود که توابع و r بصورت زیر بی بعد شده اند:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |

## گسسته سازی حجم محدود معادلات مدل SA

در روش حجم محدود، اولین قدم در گسسته­سازی معادلات، انتگرال­گیری از شکل بقایی معادلات بر روی یک حجم کنترل می­باشد که در اینجا از شبکه بی سازمان برای گسسته سازی دامنه حل با ساختار داده ای ضلع محور استفاده شده است. برای آشنایی بیشتر با نحوه گسسته سازی مکانی به مستندات برنامه اصلی مراجعه شود. نحوه گسسته­سازی مکانی بخش جابجایی، بخش پخش­شوندگی، چشمه، اتلافی در زیربرنامه­های مربوطه به نحو مفصل توضیح داده خواهد شد.

## گسسته سازی زمانی

معادله ‏(25) را می توان به فرم یک معادله دیفرانسیل معمولی[[9]](#footnote-9) به صورت زیر بازنویسی کرد:



در این تحقیق، به منظور افزایش دقت و پایداری از روش صریح چند مرحله­ای رانگ-کوتای[[10]](#footnote-10) جهت گسسته­سازی زمانی استفاده شده است. البته جهت بدست آوردن حل جریان­های دائم، می­توان از گام زمانی موضعی[[11]](#footnote-11) استفاده نمود که سرعت همگرایی را تا حد زیادی بهبود می­بخشد. شکل کلی اعمال الگوریتم m مرحله­ای رانگ-کوتا به صورت زیر می­باشد ]7[ .



در این رابطه بالانویس نشان­دهنده گام زمانی می­باشد و بالانویس نشان­دهنده مرحله رانگ-کوتا می­باشد. مقدار استاندارد ضرایب  تا  از رابطه زیر محاسبه می­گردد:



در این تحقیق از روش چهارمرحله­ای استفاده شده است.

# مقدار دهی اولیه

مقدار اولیه متغیر مدل توربولانسی برابر مقدار  جریان آزاد قرار داده می شود که این مقدار با توجه به مقدار  جریان آزاد بدست می آید. مي توان هر مقدار دلخواهي را براي جريان آزاد انتخاب نمود و سپس  جریان آزاد را بدست آورد. اسپالارت[[12]](#footnote-12)مقدار  را براي جريان آزاد پيشنهاد داد ]8[. با استفاده از انتخاب شده براي جريان آزاد،  بدست آمده و مقدار دهي اوليه با استفاده از این مقدار انجام مي شود.

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

# شرایط مرزی

 در مرز خارجی ورودی برابر  جریان آزاد قرار داده می شود و در مرز خارجی خروجی با استفاده از همسایه های هر نقطه درون یابی می شود. در مرز جامد نیز  قرار داده می شود ]8[.

# بخش­های زیربرنامه

در این قسمت تمام بخش های زیربرنامه مطابق با شماره گذاری موجود در برنامه کامپیوتری ارائه شده است.

1. مقداردهی به برخی آرایه های بکار رفته در روش رانگ-کوتا

همانگونه که گفته شد در روش رانگ-کوتا از مقادیر گام زمانی قبل استفاده می شود که لازم است قبل از شروع حلقه تکرار مربوط به روش رانگ-کوتا این مقادیر مقداردهی شوند.

1. حل معادلات در حلقه مربوط به روش رانگ-کوتا

در یک حلقه به تعداد مراحل رانگ-کوتا معادلات حل خواهند شد.

1. تعیین شرایط مرزی

با فراخوانی زیربرنامه SA\_BC متغیر آشفتگی در میانه اضلاع مرزی تعیین و در آرایه مربوطه ذخیره می گردد تا در مراحل بعدی از آنها استفاده گردد.

1. محاسبه مشتق متغیرها در مرکز سلول

در این قسمت، با فراخوانی زیربرنامه SA\_Gradient\_Cell، مشتق اول مولفه­های سرعت و همچنین مشتق اول متغیر آشفتگی در مرکز همه سلول­ها محاسبه می­شوند.

1. محاسبه مشتق متغیر آشفتگی روی اضلاع سلول­

در این قسمت، با فراخوانی زیربرنامه SA\_Gradient\_Face، مشتق اول متغیر آشفتگی روی تمام اضلاع شبکه محاسبه می­شوند.

1. محاسبه بخش جابجایی

در این قسمت با فراخوانی زیربرنامه SA\_Cont، مقدار بخش جابجایی محاسبه می­شود. بخش جابجایی به صورت بالادست گسسته­سازی شده است.

1. محاسبه بخش پخش­شوندگی

در این قسمت با فراخوانی زیربرنامه SA\_Dift، مقدار بخش پخش­شوندگی محاسبه می­شود. بخش پخش­شوندگی به صورت مرکزی گسسته­سازی شده است.

1. محاسبه ترم چشمه و اتلافی

در این قسمت با فراخوانی زیربرنامه SA\_ProdDest، بخش چشمه و اتلافی محاسبه می­شود.

1. . محاسبه متغیر آشفتگی تمام سلول­های شبکه

در یک حلقه تکرار بر روی تمامی سلول­های شبکه، مقادیر متغیر آشفتگی تمام سلول­ها محاسبه می­گردد. در صورتی که مقدار متغیر آشفتگی منفی شد، مقدار مثبت زمان قبل جایگزین آن می­شود. به این ترتیب اطمینان حاصل می­شود که متغیر آشفتگی همواره مثبت هستند.

1. محاسبه لزجت آشفتگی

در این قسمت با توجه به مقدار متغیر آشفتگی به دست آمده، مقدار لزجت آشفتگی با استفاده از روابط ‏(13) محاسبه می­شوند.

# مراجع

[1] Teymour Javaherchi, “Review of Spalart-Allmaras Turbulence Model and its Modifications”, Teymour Javaherchi,٢٠١٠

[2] E.Shima and K.Egami, “Navier-Stokes Computation of A High Lift System using Spalart-Allmaras Turbulence Model” , ٣٢nd Aerospace Sciences Meeting & Exhibit,١٩٩٤

[3] J. gatsis, “investigating the spalart-allmars turbulence model”, university of Toronto, Institute for aerospace studies, ٢٠٠٧

[4] E. Lorin a, A. B. H. Ali b, Azzeddine Soulaimani, “A positivity preserving finite element–finite volume solver for the Spalart–Allmaras turbulence model”, Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. ١٩٦ (٢٠٠٧) ٢٠٩٧–٢١١٦

[5] S. Deck ∗, P. Duveau, P. Espiney, P. Guillen, “Development and application of Spalart–Allmaras one equation turbulence model to three-dimensional supersonic complex configurations”, Aerospace Science and Technology 6 (2002) 171–183

[6] S. Catris, Etude de contraintes et qualification de modèles à viscosité  
turbulente, PhD thesis, SupAéro, 1999.

[7] D. A. Anderson, J. C. Tannehill and R. H. Pletcher, Computational fluid dynamics and heat transfer, Washington: Hemisphere, 1984.

[8] Christopher L. Rumsey and Philippe R. Spalart,” Turbulence Model Behavior in Low Reynolds Number Regions of Aerodynamic”, ٣٨th AIAA Fluid Dynamics Conference and Exhibit, June ٢٣ – ٢٦, ٢٠٠٨, Seattle, ٢٠٠٨

1. Eddy Viscusity [↑](#footnote-ref-1)
2. Lift [↑](#footnote-ref-2)
3. University Of Toronto, Institute For Aerospace Studies [↑](#footnote-ref-3)
4. Convection [↑](#footnote-ref-4)
5. Diffusion [↑](#footnote-ref-5)
6. Production [↑](#footnote-ref-6)
7. Destruction [↑](#footnote-ref-7)
8. Log Layer [↑](#footnote-ref-8)
9. Ordinary Differential Equation [↑](#footnote-ref-9)
10. Multi-Stage Runge-Kutta Method [↑](#footnote-ref-10)
11. Local Time Step [↑](#footnote-ref-11)
12. Spallart [↑](#footnote-ref-12)